

Не забывайте, что решение задач теоретической и математической частей должно содержать не только ответ, но и его обоснование (доказательство)!

## 1 Теоретическое задание

### Задание В-Т1

Опишите как можно более эффективный алгоритм, проверяющий, что в ориентированном графе можно попасть из любой вершины в любую. Оцените количество выполняемых операций.

### Задание В-Т2

Найдите ошибку в решении задачи и приведите верное решение.

Требуется подсчитать, сколько существует правильных скобочных последовательностей из  $N$  пар круглых скобок.

Обозначим искомое количество через  $C_N$ . Ясно, что  $C_1 = 1$ .

Рассмотрим выражение из  $N$  пар скобок. Если первой слева открывающейся скобке соответствует  $k$ -я слева закрывающаяся, и  $k < N$ , то выражение имеет вид:  $AB$ , где  $A$  — правильная скобочная последовательность из  $k$  пар скобок, а  $B$  — правильная скобочная последовательность из  $N - k$  пар скобок. Таких скобочных последовательностей —  $C_k C_{N-k}$ , при этом  $k$  может принимать значение от 1 до  $N - 1$ .

Если же первой открывающейся скобке соответствует  $N$ -я закрывающаяся, то выражение имеет вид  $(...)$ , где вместо многоточия расположена правильная скобочная последовательность из  $N - 1$  пары скобок. Количество таких последовательностей равно  $C_{N-1}$ .

Отсюда получаем формулу:

$$C_N = (C_1 C_{N-1} + C_2 C_{N-2} + \dots + C_{N-1} C_1) + C_{N-1}$$

## 2 Задание по математике

### Задание В-М1

Докажите, что  $\frac{n \log_2 n}{4} \leq \log_2(n!) \leq n \log_2 n$  при всех  $n$ , начиная с некоторого.

### Задание В-М2

Найдите площадь пересечения двух квадратов со стороной 1 и с общим центром, повернутых друг относительно друга на угол  $\alpha$ .

### 3 Практическое задание

#### Задача В-Р1. Выражение

Имя входного файла: стандартный ввод  
Имя выходного файла: стандартный вывод  
Ограничение по времени: 2 секунды  
Ограничение по памяти: 64 мегабайта

В написанном выражении  $((((1 ? 2) ? 3) ? 4) ? 5) ? 6$  вместо каждого знака  $?$  вставить знак одной из 4 арифметических операций  $+$ ,  $-$ ,  $*$ ,  $:$  так, чтобы результат вычислений равнялся заданному целому числу  $n$  (при делении дробная часть отбрасывается).

#### Формат входного файла

Одно целое число  $n$ , по модулю не превосходящее 1000.

#### Формат выходного файла

Вывести одно число — количество различных решений задачи. Если решений нет, вывести 0.

#### Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
21	4
28	0

#### Примечание

В первом примере допустимы следующие выражения:  $((((1+2)+3)+4)+5)+6$   
 $((((1*2)+3)*4)-5)+6$   
 $((((1*2)-3)+4)*5)+6$   
 $((((1*2)*3)+4)+5)+6$

## Задача В-Р2. Код Прюфера

Имя входного файла:            стандартный ввод  
Имя выходного файла:        стандартный вывод  
Ограничение по времени:    2 секунды  
Ограничение по памяти:      64 мегабайта

Для неориентированного дерева код Прюфера строится следующим образом.  $n - 1$  раз повторяется следующая процедура: из висячих вершин выбирается вершина с наименьшим номером, она удаляется, при этом выписывается номер вершины, с которой она была соединена. Получившиеся  $n - 1$  чисел и образуют код Прюфера. Ваша задача восстановить дерево по этому коду.

### Формат входного файла

В первой строке  $n$  ( $1 \leq n \leq 100000$ ). Далее содержится  $n - 1$  число — собственно код Прюфера.

### Формат выходного файла

Выведите  $n$  строк. В строке  $i$  выводите вершины смежные с  $i$  в порядке увеличения номеров. Списки завершайте нулем.

### Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
9	4 5 6 0
9 6 1 1 6 9 9 9	9 0
	6 0
	1 0
	1 0
	1 3 9 0
	9 0
	9 0
	2 6 7 8 0

## Задача В-Р3. Разложение в сумму двух чисел

Имя входного файла: стандартный ввод  
Имя выходного файла: стандартный вывод  
Ограничение по времени: 4 секунды  
Ограничение по памяти: 64 мегабайта

Заданы два массива  $A[1 \dots N]$  и  $B[1 \dots M]$ . Так же задана последовательность чисел  $C_1, C_2, \dots, C_K$ . Для каждого  $C_i$  выведите YES если его можно представить как сумму элемента массива  $A$  и элемента массива  $B$ , и NO в противном случае.

### Формат входного файла

Первая строка входного файла содержит число  $N$ . Затем следуют  $N$  чисел в строке (массив  $A$ ).

Далее идет строка с числом  $M$ . Затем следуют  $M$  чисел в строке (массив  $B$ ).

Далее идет строка с числом  $K$ . Затем следуют  $K$  чисел в строке (последовательность  $C$ ).

Все элементы массивов и последовательностей во входном файле от  $-10^8$  до  $10^8$ . В каждом массиве (последовательности) от 0 до 10000 элементов.

### Формат выходного файла

Выведите  $K$  слов YES или NO.

### Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
4	YES
-2 3 1 17	YES
2	NO
10 100	YES
6	NO
13 117 28 98 111 1	NO