

## Теоретическая и математическая часть вступительной работы параллели А

Во всех задачах требуется привести ответ и обосновать его. Если в задаче ответ не обоснован, то задача не считается решенной.

А-М1) Какое максимальное количество ребер может быть в планарном графе с  $n$  вершинами?

А-М2) Докажите, что если  $a > b > 3$ , то  $a^b < b^a$ .

А-Т1) Алгоритм  $A$  принимает на вход массив чисел длины  $n$ . Некоторым образом за время  $O(n \log n)$  набор заданных чисел разделяется на два близких по размеру (различающихся по длине не более, чем на 1) массива. Затем алгоритм запускается для обоих меньших массивов. После этого ответ на поставленную задачу получается за время  $O(n)$ .

Массивы размера 1 обрабатываются за  $O(1)$ .

Оцените время работы алгоритма.

А-Т2) Рассмотрим двоичное дерево с корнем. Будем называть дерево *сверхсбалансированным* если для каждой вершины, которая не является листом, выполнено неравенство:  $1/2 \leq SL/SR \leq 2$ , где  $SL$  и  $SR$  — количество вершин в ее левом и правом поддереве, соответственно.

Опишите все сверхсбалансированные двоичные деревья.